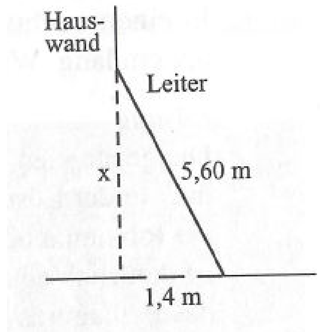
Lösungen der Aufgaben

Aufgabe 1:

$$3^2 + 5^2 = x^2 \qquad \Rightarrow x = \sqrt{34}$$
$$3{,}4^2 + 1^2 = y^2 \qquad \Rightarrow y = \sqrt{12{,}56} \approx 3{,}54$$
$$z^2 + 13^2 = 16^2 \qquad \Rightarrow z = \sqrt{16^2 - 13^2} = \sqrt{87} \approx 9{,}3$$
$$r^2 + 8{,}7^2 = 34^2 \qquad \Rightarrow r = \sqrt{34^2 - 8{,}7^2} = \sqrt{1080{,}31} \approx 32{,}9$$
$$s^2 + 9^2 = 12^2 \qquad \Rightarrow s = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63} \approx 7{,}94$$

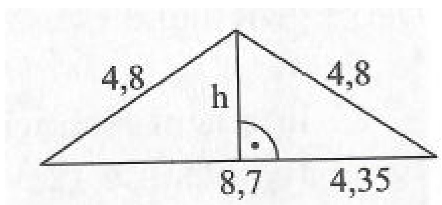
Aufgabe 2:
Zur Lösung der Aufgabe hilft eine Skizze:



$$x^2 + 1{,}4^2 = 5{,}6^2 \qquad \Rightarrow x = \sqrt{5{,}6^2 - 1{,}4^2} = \sqrt{29{,}4} \approx 5{,}42$$

Die Leiter reicht etwa 5,42 Meter hoch.

Aufgabe 3:
Zur Lösung der Aufgabe hilft eine Skizze des Dreiecks.
Die Höhe h des Dreiecks teilt die Basis in zwei gleich große Teile.



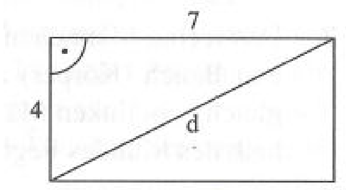
Anwendung des Satzes von Pythagoras auf die rechte Dreieckshälfte:

$$h^2 + 4{,}35^2 = 4{,}8^2 \qquad \Rightarrow h = \sqrt{4{,}8^2 - 4{,}35^2} = \sqrt{4{,}1175} \approx 2{,}03$$

Die Höhe beträgt etwa 2,03 cm.

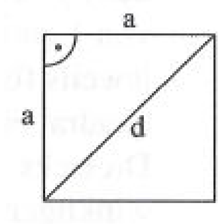
Aufgabe 4:

a) Die Länge der Diagonalen im Rechteck kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermittelt werden.



$d^2 = 7^2 + 4^2 \qquad \Rightarrow d = \sqrt{49+16} = \sqrt{65} \approx 8{,}06\,\text{cm}$

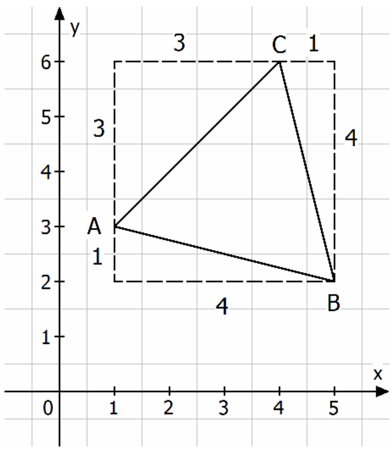
b) Die Länge der Diagonalen kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermittelt werden.



$d^2 = a^2 + a^2 \qquad \Rightarrow d^2 = 2a^2 \qquad \Rightarrow d = \sqrt{2a^2} = a \cdot \sqrt{2}$

Aufgabe 5:

Zeichnung des Dreiecks ABC:



Zur Berechnung des Dreieckumfangs müssen die einzelnen Strecken berechnet werden.
Eine "schräge" Strecke im Koordinatensystem kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermittelt werden durch Ergänzung der schrägen Strecke zu einem rechtwinkligen Dreieck (gestrichelte Linien).

$\overline{AB}^2 = 4^2 + 1^2 \qquad \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{17} \approx 4{,}12$

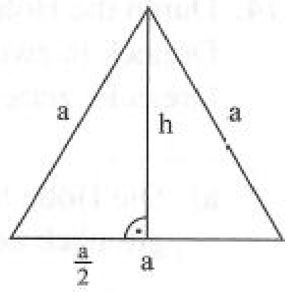
$\overline{BC}^2 = 4^2 + 1^2 \qquad \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{17} \approx 4{,}12$

$\overline{AC}^2 = 3^2 + 3^2 \qquad \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{18} \approx 4{,}24$

Umfang des Dreiecks: $U \approx 4{,}12 + 4{,}12 + 4{,}24 = 12{,}48$ Längeneinheiten

Aufgabe 6:

Skizze des gleichseitigen Dreiecks:

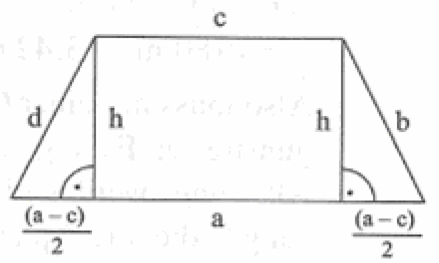


a) Höhe des Dreiecks: $h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = a^2 \quad \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2 \quad \Rightarrow h^2 = \frac{3}{4}a^2$

$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$

b) Fläche des Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

Aufgabe 7:
Ein gleichschenkliges Trapez kann aufgeteilt werden in ein Rechteck und zwei (gleiche) rechtwinklige Dreiecke.

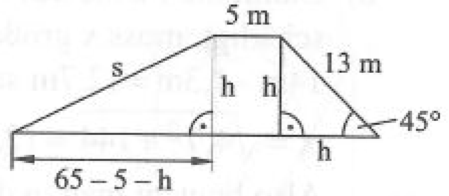


Berechnung des rechten Schenkels b mit Hilfe des Satzes von Pythagoras:
Eine Dreiecksseite besitzt die Länge h = 6 cm.
Die andere Dreiecksseite besitzt die Länge $\frac{a-c}{2} = \frac{8-5}{2} = 1{,}5\,\text{cm}$

Nun gilt: $b^2 = 6^2 + 1{,}5^2 \qquad \Rightarrow b = \sqrt{36 + 2{,}25} = \sqrt{38{,}25} \approx 6{,}2\,\text{cm}$

Aufgabe 8:

Durch das Einzeichnen der Höhe h des Trapezes entsteht auf der rechten Seite des Trapezes ein rechtwinkliges und gleichschenkliges Dreieck (aufgrund des 45°-Winkels).



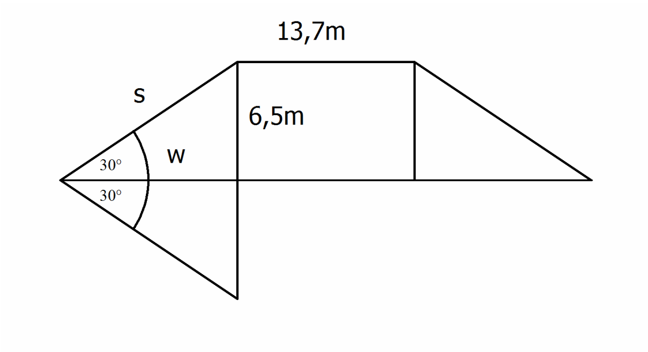
Berechnung von h: $h^2 + h^2 = 13^2 \qquad \Rightarrow 2h^2 = 169 \qquad \Rightarrow h = \sqrt{84{,}5} \approx 9{,}2\,\text{m}$

Im nächsten Schritt kann die Länge s mit dem rechtwinkligen Dreieck auf der linken Seite berechnet werden:

Zwei der Dreiecksseiten sind bekannt: h = 9,2 m und 65 - 5 - h = 50,8 m

Berechnung von s: $s^2 = 9{,}2^2 + 50{,}8^2 \qquad \Rightarrow s = \sqrt{2665{,}28} \approx 51{,}6\,\text{m}$

Aufgabe 9:
Bei dieser Aufgabe muss ein kleiner Trick angewandt werden.
Aufgrund des gegebenen 30°-Winkels kann das linke Dreieck durch eine Spiegelung zu einem gleichseitigen Dreieck ergänzt werden.
Damit ergibt sich, dass die Seitenlänge s doppelt so groß sein muss wie die Höhe des Trapezes.



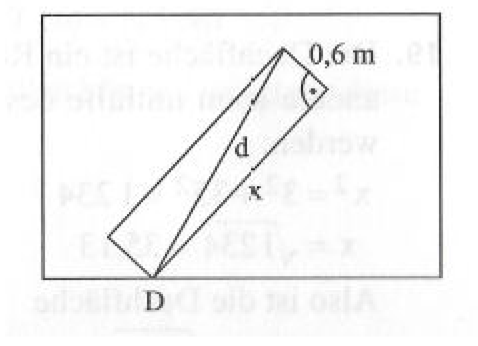
$s = 2 \cdot 6{,}5\text{m} = 13\text{m}$

Berechnung von w: $w^2 + 6{,}5^2 = 13^2 \qquad \Rightarrow w = \sqrt{13^2 - 6{,}5^2} = \sqrt{126{,}75} \approx 11{,}3\,\text{m}$

Die Dammsohle hat eine Breite von $2 \cdot 11{,}3\text{m} + 13{,}7\text{m} = 36{,}3\,\text{m}$.

Aufgabe 10:

Bei dieser Aufgabe muss man sich veranschaulichen, dass die Diagonale d des Schrankes die längste Strecke ist, die um den Drehpunkt D des Schrankes gedreht wird.
Damit der Schrank in das Zimmer passt, darf diese Diagonale d maximal 2,4m lang sein.

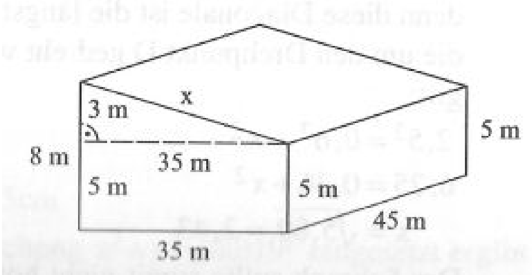


$x^2 + 0{,}6^2 = d^2 \qquad \overset{d=2,4}{\Rightarrow} x^2 = 2{,}4^2 - 0{,}6^2 \qquad \Rightarrow x = \sqrt{5{,}4} \approx 2{,}32\,\text{m}$

Der Schrank darf nicht höher als 2,32 m sein.

Aufgabe 11:

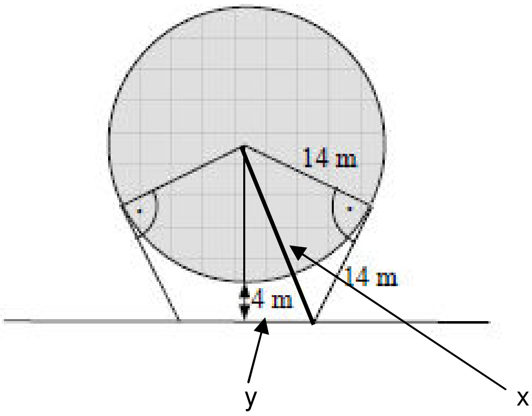
Die Dachfläche der Lagerhalle ist rechteckig und die Länge einer Rechtecksseite ist mit 45 m bereits bekannt.



Berechnung der unbekannten Rechtecksseite x: $x^2 = 35^2 + 3^2 \quad \Rightarrow x = \sqrt{1234} \approx 35{,}13\,\text{m}$

Dachfläche: $A = 45 \cdot 35{,}13 \approx 1581$ m²

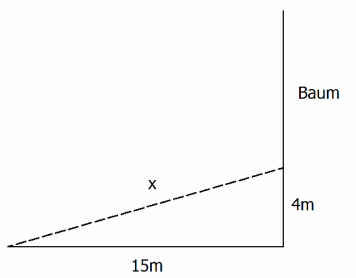
Aufgabe 12:
Durch das Einzeichnen einer Hilfslinie kann der gesuchte Abstand berechnet werden:



Berechnung von x: $x^2 = 14^2 + 14^2 \quad \Rightarrow x = \sqrt{392} \approx 19{,}8\,\text{m}$
Berechnung von y: $y^2 + 18^2 = 19{,}8^2 \quad \Rightarrow y = \sqrt{19{,}8^2 - 18^2} = \sqrt{68{,}04} \approx 8{,}25\,\text{m}$

Der Abstand der Punkte, in dem die Streben befestigt sind, beträgt $2 \cdot 8{,}25\text{m} = 16{,}5\text{m}$

Aufgabe 13:
a) Skizze:



$x^2 = 4^2 + 15^2 \quad \Rightarrow x = \sqrt{241} \approx 15{,}5\,\text{m}$

Der Baum hatte eine Höhe von 15,5 + 4 = 19,5 Metern.